

**Câu 1** (3 điểm)

a) Anh/Chị hãy nêu tên các cách giải hệ phương trình tuyến tính (chỉ nêu tên mà không cần trình bày cách giải). Giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính sau đây.

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ 5x + 2y + mz = 1 \\ 4x + 2y + mz = 2 - m \end{cases} \quad (m \text{ là tham số})$$

b)

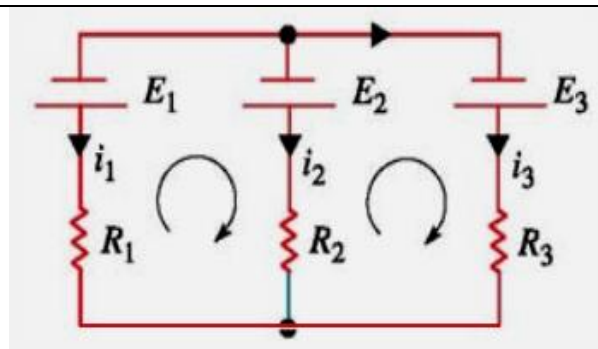
Cho biết mạch điện như hình vẽ thỏa hệ phương trình

$$\begin{cases} i_1 + i_2 + i_3 = 0 \\ -R_1 i_1 + R_2 i_2 = E_2 - E_1 \\ -R_2 i_2 + R_3 i_3 = E_3 - E_2 \end{cases}$$

trong đó  $R_1, R_2, R_3, E_1, E_2, E_3$  là các hằng số dương. Viết

lại hệ dạng  $AX = B$  với  $X = \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix}$ , tính định thức  $\det A$

và cho biết đẳng thức  $X = A^{-1}B$  đúng hay sai và giải thích.



(**lưu ý** Không yêu cầu giải hệ phương trình)

**Câu 2** (3,5 điểm)

a) Cho ma trận  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  và hệ phương trình vi phân cấp 1 tuyến tính thuần nhất  $X'(t) = AX(t)$  có

nghiệm  $X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-3t}$ ,  $X_2 = \begin{pmatrix} 10 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-4t}$ ,  $X_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix} e^t$  và hệ phương trình vi phân cấp 1 tuyến tính không thuần

nhất  $X'(t) = AX(t) + F(t)$  có nghiệm riêng  $X_p(t) = \begin{pmatrix} 3e^{2t} \\ te^{2t} \\ 7e^{2t} \end{pmatrix}$ . Nghiệm tổng quát hệ  $X'(t) = AX(t) + F(t)$  là

$X(t) = \dots$

(câu này Anh/Chị viết  $X(t) = \dots$  vào giấy làm bài thi).

b) Trình bày **phương pháp biến thiên hằng số (Variation of Parameters)** giải hệ phương trình vi phân tuyến tính **không thuần nhất**  $X'(t) = AX(t) + F(t)$ , với  $A = [a_{ij}]_{n \times n}$  là ma trận hằng số.

c) Giải hệ phương trình vi phân

$$\begin{cases} x' - 2y = e^{-5t} \\ x + y' + 3y = 12 \end{cases} \quad \text{với điều kiện } x(0) = 0, y(0) = 0$$

Tính  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t)$ ,  $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t)$ . Xác tọa độ gần đúng trong mặt phẳng  $Oxy$  của điểm  $M(x(t); y(t))$  sau khoảng thời gian  $t$  đủ lớn.

**Câu 3** (3,5 điểm) (được phép sử dụng các công thức nghiệm thiết lập khi học hay trong giáo trình)

a) Viết dạng cầu của phương trình truyền nhiệt ba chiều  $k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) = \frac{\partial u}{\partial t}$ .

b) Giải phương trình truyền sóng

$$a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$

với điều kiện  $\begin{cases} u(0,t) = 0, & u(\pi,t) = 0, & t > 0 & (BC) \\ u(x,0) = x(\pi - x) & \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0, & 0 < x < \pi & (IC) \end{cases}$

c) Giải phương trình truyền nhiệt

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + e^{-x} = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0$$

với điều kiện  $\begin{cases} u(0,t) = 0, & u(1,t) = 0, & t > 0 & (BC) \\ u(x,0) = 1 - e^{-x} & 0 < x < 1 & & (IC) \end{cases}$

❖ **Ghi chú :** Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

### CHUẨN ĐẦU RA

<b>Nội dung kiểm tra</b>	<b>Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)</b>
Câu 1: Nắm vững phép toán ma trận, tính được định thức và ứng dụng, tìm ma trận đảo và ứng dụng, biết và thực hiện các cách giải hệ phương trình tuyến tính và ứng dụng.	G1: 1.2, G2:2.1,2.3 G2:2.1.3, 2.1.4, 2.4.2, 2.4.3, 2.4.4,2.4.6,2.4.7,2. 5.1
Câu 2: Tìm được trị riêng, vector riêng và ứng dụng giải hệ phương trình vi phân (hoặc giải bằng biến đổi Laplace). Nhận dạng được các bài toán trong thực tế được mô hình bởi hệ phương trình vi phân. Giải được hệ phương trình vi phân và hiểu được ý nghĩa các kết quả tìm được.	G1: 1.2 G2:2.1.3, 2.4.2, 2.4.3,2.4.6,2.4.7,2. 5.1
Câu 3: Khai triển được hàm số thành chuỗi Fourier và ứng dụng. Nhận dạng giải được phương trình sóng, phương trình nhiệt và ứng dụng vào thực tế.	G1: 1.2 G2: 2.1.4, 2.4.2, 2.4.3, 2.4.4,2.4.6,2.4.7,2. 5.1

Ngày 21 tháng 7 năm 2020  
Thông qua Bộ môn Toán